

Ejercicios sobre la transformada de Laplace

Para el desarrollo de los siguientes ejercicios, se debe tener en consideración la siguiente tabla de transformadas.

Tabla de transformadas de Laplace			
$\delta(t)$	1	$\text{sen } \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
1	$\frac{1}{s}$	$\text{cos } \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
t	$\frac{1}{s^2}$	$e^{-at} \text{sen } \omega t$	$\frac{\omega}{(s+a)^2 + \omega^2}$
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	$e^{-at} \text{cos } \omega t$	$\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega^2}$
e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$	$t^n e^{-at}$	$\frac{n!}{(s+a)^{n+1}}$

Ejercicios resueltos

Ejercicio 1

Hallar la transformada Laplace de las siguientes funciones:

- a $fa(t) = (3e^{-2t} + e^{-t}) u(t)$
- b $fb(t) = (t^3 + t^2 + t + 1) u(t)$
- c $fc(t) = [1 - e^{-2t} + 4e^{-t} \cos(3t)] u(t)$
- d $fd(t) = (8e^{-1000t} - 5e^{-2000t}) u(t)$

Resultados:

Al observar cada caso en la tabla de transformadas de Laplace se tiene:

$$\text{a} \quad fa(S) = \frac{3}{s+2} + \frac{1}{s+1}$$

$$\text{b} \quad fb(S) = \frac{6}{s^4} + \frac{2}{s^3} + \frac{1}{s^2} + \frac{1}{s}$$

$$\text{c} \quad fc(S) = \frac{1}{s} + \frac{2}{s+2} + \frac{4(s+1)}{(s+1)^2 + 9}$$

$$\text{d} \quad fd(S) = \frac{8}{s+1000} + \frac{5}{s+2000}$$

Ejercicio 2

Aplicando la linealidad calcule la transformada de Laplace en el ejercicio que se presenta:

$$L\{4e^{5t} + 6t^3 - 3\sin(4t) + 2\cos(2t)\}$$

Resultados:

Por la propiedad de linealidad, se tiene:

$$\begin{aligned} L\{4e^{5t} + 6t^3 - 3\sin(4t) + 2\cos(2t)\} &= L\{4e^{5t}\} + L\{6t^3\} - L\{3\sin(4t)\} + L\{2\cos(2t)\} \\ &= 4L\{e^{5t}\} + 6L\{t^3\} - 3L\{\sin(4t)\} + 2L\{\cos(2t)\} \\ &= 4 \left\{ \frac{1}{s-5} \right\} + 6 \left\{ \frac{3!}{s^4} \right\} - 3 \left\{ \frac{4}{s^2+16} \right\} + 2 \left\{ \frac{s}{s^2+4} \right\} \\ &= \frac{4}{s-5} + \frac{36}{s^4} + \frac{12}{s^2+16} + \frac{2s}{s^2+4} \end{aligned}$$