

Equivalencias Lógicas Notables

¿Qué es Dualidad en Fórmulas Lógicas?

Algunas equivalencias se agrupan en parejas, donde cada formula se reconoce como el dual de la otra.

El dual de una formula es aquella otra formula que se obtiene sustituyendo cada disyunción (V) por (•) que representa la conjunción, y cada conjunción (•) por una disyunción (V).

Cuando se demuestra la validez de una ley, su pareja queda demostrada por dualidad.



		DISYUNCIÓN	CONJUNCIÓN
1	Leyes Idempotencia	$A \vee A \equiv A$	$A \cdot A \equiv A$
2	Leyes Conmutativas	$A \vee B \equiv B \vee A$	$A \cdot B \equiv B \cdot A$
3	Leyes Asociativas	$(A \vee B) \vee C \equiv A \vee (B \vee C)$	$(A \cdot B) \cdot C \equiv A \cdot (B \cdot C)$
4	Leyes Distributivas	Con respecto a la conjunción: $A \vee (B \cdot C) \equiv (A \vee B) \cdot (A \vee C)$	Con respecto a la disyunción: $A \cdot (B \vee C) \equiv (A \cdot B) \vee (A \cdot C)$
5	Doble negación	$\neg \neg A \equiv A$	
6	Leyes de De Morgan	$\neg (A \vee B) \equiv (\neg A \cdot \neg B)$	$\neg (A \cdot B) \equiv (\neg A \vee \neg B)$
7	Ley definición de Condicional	$A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$	$\neg (A \rightarrow B) \equiv A \cdot \neg B$
8	Ley definición de Bicondicional	$A \leftrightarrow B \equiv (A \cdot B) \vee (\neg A \cdot \neg B)$	$A \leftrightarrow B \equiv (A \rightarrow B) \cdot (B \rightarrow A)$
9	Leyes de Absorción	$A \cdot (A \vee B) = A$ $A \cdot (\neg A \vee B) = A \cdot B$	$A \vee (A \cdot B) = A$
10	Leyes de Transposición	$A \rightarrow B \equiv \neg B \rightarrow \neg A$	

Dos fórmulas son lógicamente equivalentes si sus tablas de verdad son idénticas para cualquier valor de verdad de sus proposiciones atómicas o variables proposicionales.



Si dos fórmulas son lógicamente equivalentes entonces la relación Bicondicional entre ellas es una Fórmula tautológica.

Existen algunas reglas de equivalencias comprobadas :
Si T es tautología, C es contradicción y P contingencia, entonces:

$$\begin{array}{ll} T \bullet P \equiv P & T \vee P \equiv T \\ T \bullet T \equiv T & T \vee T \equiv T \\ C \bullet P \equiv C & C \vee P \equiv P \\ C \bullet C \equiv C & C \vee C \equiv C \end{array}$$

Por ejemplo:

Si José decide quedarse en la Biblioteca después de las clases, entonces él podrá estudiar para el examen de mañana.

◆ Identificando las proposiciones simples:

- ◆ p = Jose decide quedar en la Biblioteca después de las clases.
- ◆ q = él podrá estudiar para el examen de mañana.

◆ Se estructura la Fórmula como una condicional "Si p entonces q" ($p \rightarrow q$)

◆ Por ley definición de condicional:

- ◆ $A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$ o
- ◆ $\neg(A \rightarrow B) \equiv A \bullet \neg B$ (que aplicando negación a cada lado de la equivalencia se puede reescribir:
- ◆ $\neg \neg(A \rightarrow B) \equiv \neg(A \bullet \neg B)$, entonces por ley doble negación: $(A \rightarrow B) \equiv \neg(A \bullet \neg B)$)

◆ Reemplazando se obtienen dos equivalencias lógicas:

- ◆ José no decide quedarse en la Biblioteca después de clases o él podrá estudiar para el examen de mañana.
- ◆ Es imposible que José decida quedarse en la Biblioteca después de clases y no pueda estudiar para el examen de mañana.